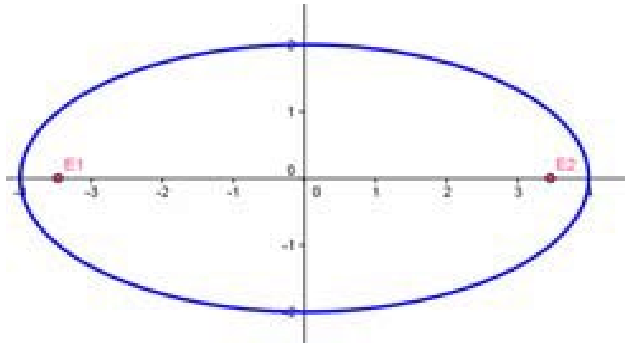
Έλλειψη

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

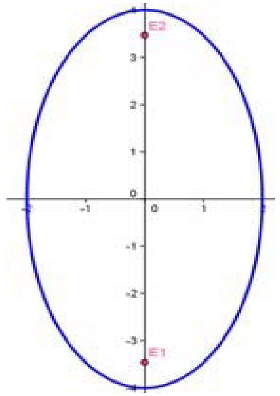
Ορισμός Έλλειψης 1/2

Έστω E' και E δύο σημεία ενός επιπέδου. Ονομάζεται **έλλειψη** με **εστίες** τα σημεία E' και E ο γεωμετρικός τόπος C των σημείων του επιπέδου των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από τα E' και E είναι *σταθερό* και μεγαλύτερο του $E'E$. Το σταθερό αυτό άθροισμα το συμβολίζουμε, συνήθως,με $\mathbf{2\alpha}$ και την απόσταση των εστιών E' και E με $\mathbf{2\gamma}$. Η απόσταση $E'E$ ονομάζεται **εστιακή απόσταση** της έλλειψης.



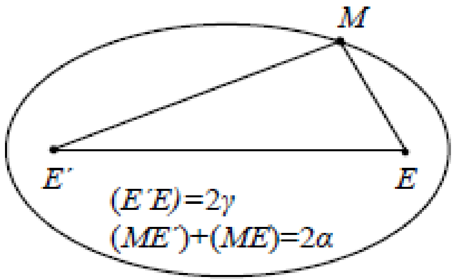
- Αν M(x,y) αυτά τα σημεία και Ε(γ,0), Ε΄(-γ,0) τότε:
- $(ME) + (ME') = 2\alpha \Leftrightarrow \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \beta^2 = \alpha^2 - \gamma^2$
- Αν M(x,y) αυτά τα σημεία και Ε(0,γ), Ε΄(0,-γ) τότε:

$$(\mathrm{ME}) + (\mathrm{ME}') = 2\alpha \Leftrightarrow \frac{x^2}{\beta^2} + \frac{y^2}{\alpha^2} = 1, \beta^2 = a^2 - \gamma^2$$

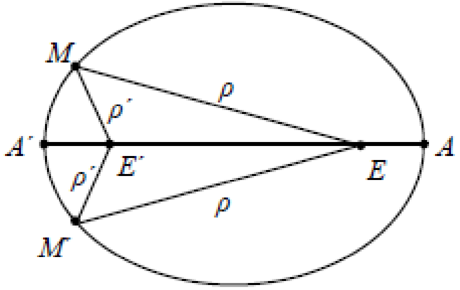


Ορισμός Έλλειψης 2/2

- Ένα σημείο Μ του επιπέδου είναι σημείο της έλλειψης, αν και μόνο αν $(ME') + (ME) = 2\alpha$

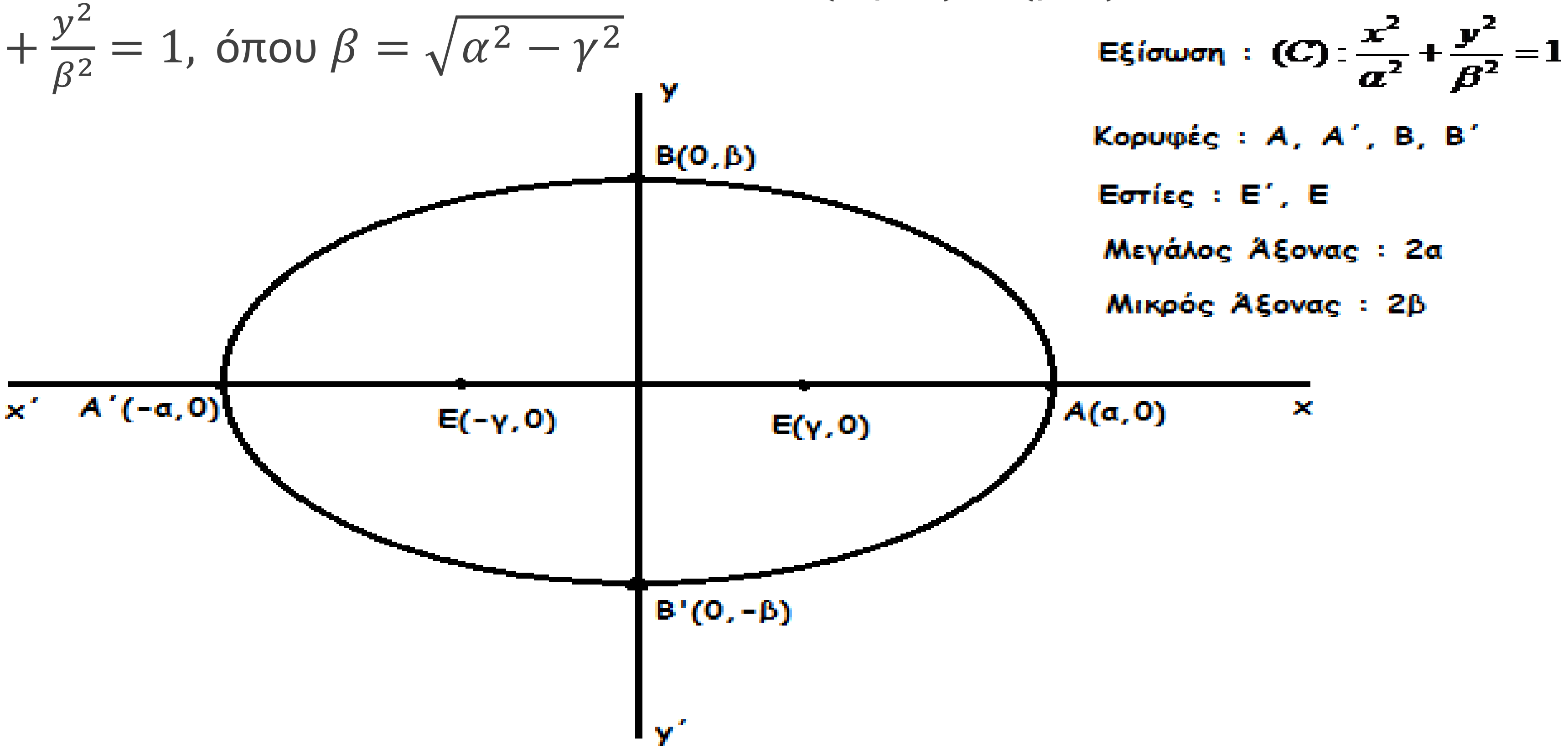


- Ισχύει $(E'E) < (ME') + (ME)$, δηλαδή $\mathbf{2\gamma < 2\alpha}$ οπότε $\gamma < \alpha$. Αν $\gamma = 0$, τότε τα σημεία Ε΄,Ε συμπίπτουν, οπότε η έλλειψη γίνεται κύκλος με κέντρο το Ε και ακτίνα α



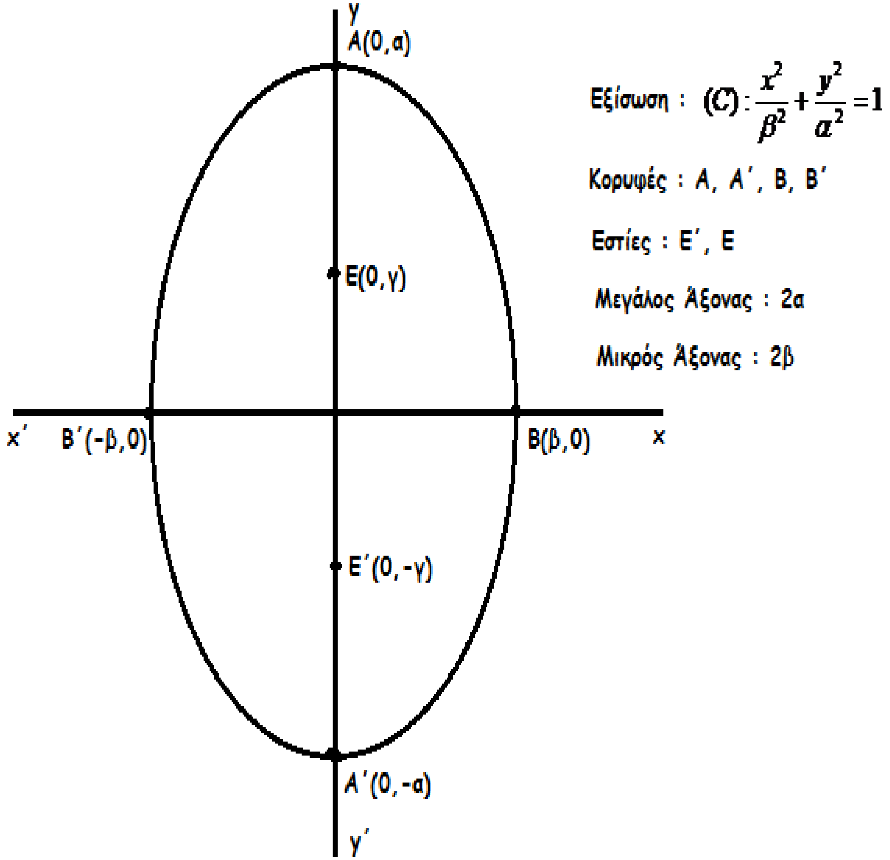
Εξίσωση Έλλειψης 1/2

- Η εξίσωση της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0), E(\gamma, 0)$ και σταθερό άθροισμα 2α είναι $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, όπου $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$



Εξίσωση Έλλειψης 2/2

- Η εξίσωση της έλλειψης C με εστίες τα σημεία $E'(0,-\gamma), E(0,\gamma)$και σταθερό άθροισμα 2α είναι $\frac{x^2}{\beta^2}+\frac{y^2}{\alpha^2}=1,$ όπου $\beta=\sqrt{\alpha^2-\gamma^2}$.



Εκκεντρότητα της Έλλειψης

- Ονομάζουμε εκκεντρότητα της έλλειψης και τη συμβολίζουμε με ε, το λόγο $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} < 1$
- Όσο μεγαλώνει η εκκεντρότητα τόσο πιο επιμήκης γίνεται η έλλειψη.
- Όταν το ε τείνει στο μηδέν, η έλλειψη τείνει να γίνει κύκλος.
- Όταν, όμως, το ε τείνει στη μονάδα, τότε η έλλειψη τείνει να εκφυλιστεί σε ευθύγραμμο τμήμα.
- Οι ελλείψεις που έχουν την ίδια εκκεντρότητα, άρα ίδιο λόγο $\frac{\gamma}{\alpha}$ λέγονται όμοιες.

Εφαπτόμενη Έλλειψης

- Η εφαπτόμενη της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$ σε ένα σημείο $M_1(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση:

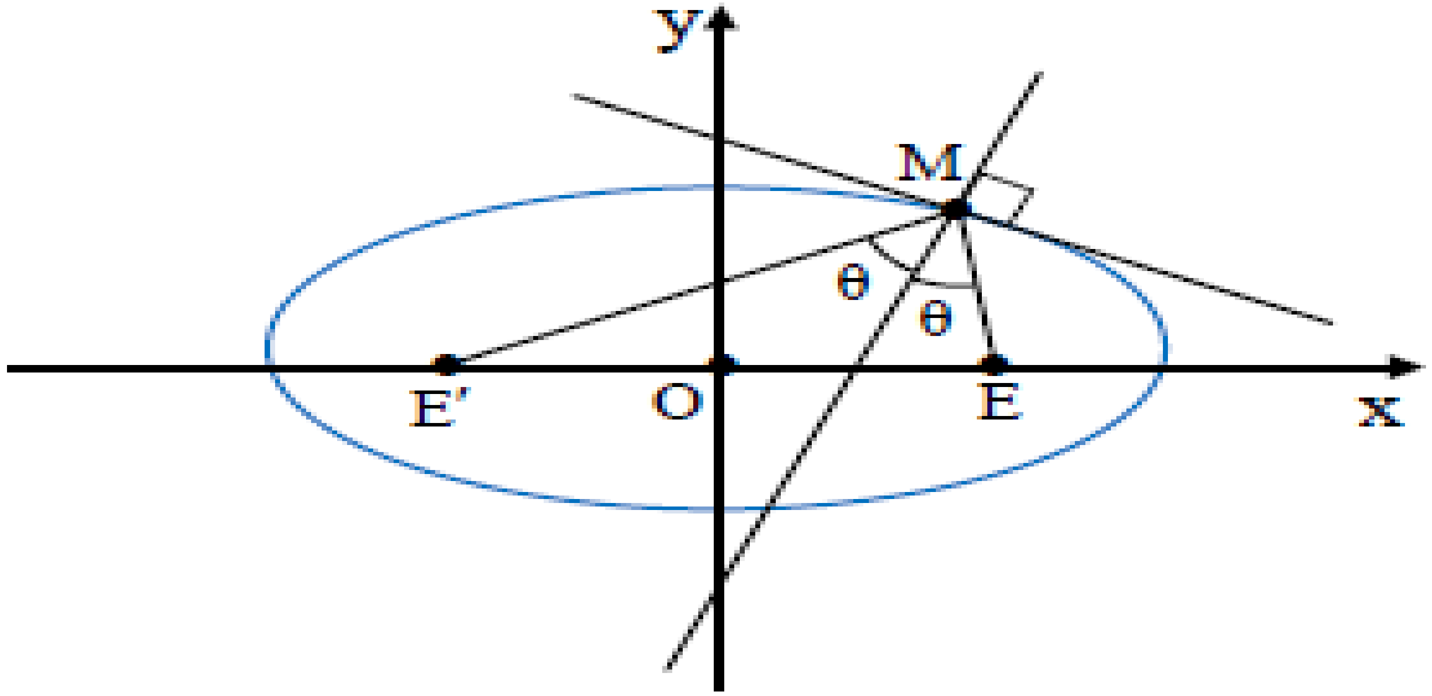
$$\frac{xx_1}{\alpha^2}+\frac{yy_1}{\beta^2}=1$$

- Η εφαπτόμενη της έλλειψης $\frac{y^2}{\alpha^2}+\frac{x^2}{\beta^2}=1$ σε ένα σημείο $M_1(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση:

$$\frac{yy_1}{\alpha^2}+\frac{xx_1}{\beta^2}=1$$

Ανακλαστική ιδιότητα Παραβολής

- Η κάθετη στην εφαπτομένη μιας έλλειψης σε κάθε σημείο επαφής Μ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{E'ME}$ όπου Ε΄,Ε οι εστίες της έλλειψης



ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

- Ασκήσεις παραγράφου 3.3, σελίδες 111-112

✓**Α1**

✓**Α2**

✓**Α6**

❖Η παρουσίαση και οι ασκήσεις θα ανέβουν στην ιστοσελίδα του σχολείου