

ΚΥΚΛΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

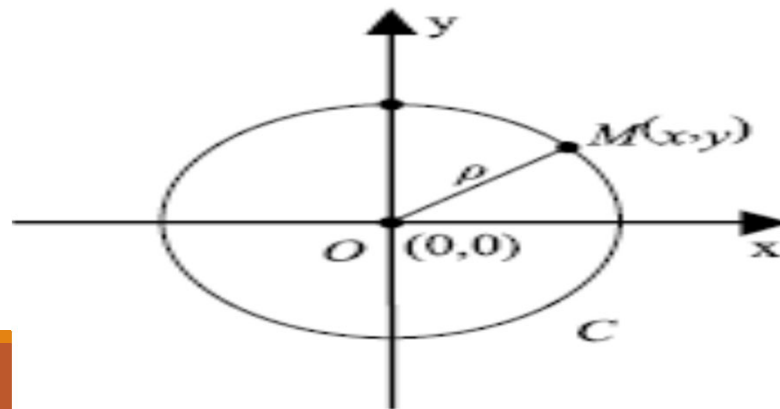


Εξίσωση Κύκλου 1/2

- Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και C ο κύκλος με κέντρο το σημείο $O(0,0)$ και ακτίνα ρ . Γνωρίζουμε από τη Γεωμετρία ότι ένα σημείο $M(x, y)$ ανήκει στον κύκλο C , αν και μόνο αν ισχύει: $(OM) = \rho$. Όμως $(OM) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Επομένως η (1) γράφεται $\sqrt{x^2 + y^2} = \rho$ ή ισοδύναμα $x^2 + y^2 = \rho^2$

Επομένως

- Ο κύκλος με κέντρο το σημείο $O(0,0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση $x^2 + y^2 = \rho^2$



Εξίσωση Κύκλου 2/2

- Π.Χ. ο κύκλος με κέντρο το σημείο $O(0,0)$ και ακτίνα $\rho = 1$ έχει εξίσωση:

- $x^2 + y^2 = 1^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$

- Ο Κύκλος που διέρχεται από το σημείο $A(1, \sqrt{3})$ έχει εξίσωση:

- $\rho = (OA) = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$

- $x^2 + y^2 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$

Εφαπτομένη κύκλου σε σημείο

- Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$
- Π.Χ. Η εφαπτόμενη του κύκλου $x^2 + y^2 = 1$ στο σημείο $A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- Έχει εξίσωση $x\frac{1}{2} + y\frac{\sqrt{3}}{2} = 1$ που γράφεται $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$.
- Η εφαπτόμενη του κύκλου $x^2 + y^2 = 5$ στο σημείο $A(5,0)$
- Έχει εξίσωση $x5 + y0 = 1$ που γράφεται $5x = 1$.

Ο κύκλος με κέντρο το σημείο $K(x_0, y_0)$

- Ο κύκλος με κέντρο το σημείο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$
- Π.Χ. ο κύκλος με κέντρο $K(1,3)$ και ακτίνα $\rho = 2$ έχει εξίσωση:
 - $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4^2$
- ο κύκλος με κέντρο $K(0,2)$ και ακτίνα $\rho = 4$ έχει εξίσωση:
 - $(x - 0)^2 + (y + 1)^2 = 4^2 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 16$

Κύκλος της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ 1/2

- Κάθε κύκλος έχει εξίσωση της μορφής : $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ (I), με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ και αντιστρόφως κάθε εξίσωση της μορφής (I) παριστάνει κύκλο.
- Αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$, η εξίσωση (I) παριστάνει κύκλο με κέντρο $K \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right)$ και ακτίνα $\rho = \frac{\sqrt{A^2+B^2-4\Gamma}}{2}$
- Αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma = 0$, η εξίσωση (I) παριστάνει ένα μόνο σημείο $K \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right)$
- Αν $A^2 + B^2 - 4\Gamma < 0$, η εξίσωση (I) είναι αδύνατη, δηλαδή δεν υπάρχουν σημεία $M(x, y)$ των οποίων οι συντεταγμένες να την επαληθεύουν

Κύκλος της μορφής $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ 2/2

- Π.Χ. Τ(15994) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ (1).

Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

➤ Ως γνωστόν, η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$, με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο, με κέντρο $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$ και ακτίνα $\rho = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4\Gamma}}{2}$.

Επειδή $(-4)^2 - 4 \cdot 3 = 4 > 0$, η (1) παριστάνει κύκλο. Τότε $-\frac{A}{2} = 2$, $-\frac{B}{2} = 0$ και $\rho = \frac{\sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3}}{2} = 1$. Το κέντρο του λοιπόν είναι το σημείο $K(2,0)$, η ακτίνα του είναι $\rho = 1$, οπότε η εξίσωση του γράφεται ισοδύναμα (c): $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ (2).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

■ Ασκήσεις παραγράφου 3.1, σελίδα 87-88

✓ A1

✓ A2

✓ A5

✓ A6

❖ Η παρουσίαση και οι ασκήσεις θα ανέβουν στην ιστοσελίδα του σχολείου